



## ارتعاشات آزاد ورق‌هایی از جنس F.G.M با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی

جواد محمدی<sup>۱</sup>، رامین رضوانی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استادیار، دانشکده مهارت و کارآفرینی، واحد شهر قدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، [javad\\_mec@yahoo.com](mailto:javad_mec@yahoo.com)

<sup>۲</sup>مربی، دانشکده مهارت و کارآفرینی، واحد شهر قدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، [ramin\\_rz@yahoo.com](mailto:ramin_rz@yahoo.com)

### چکیده

در این مقاله ارتعاشات آزاد ورق‌های مستطیل شکل از جنس FGM مورد تحلیل قرار گرفته است. برای این کار، یک ورق چهار گوش FGM با شرایط مرزی تکیه گاه ثابت غیر ایده آل استفاده شده است. منظور از شرایط مرزی غیر ایده آل این است که فرض می‌شود یکی از لبه‌ها اجازه جابجایی دارد و گشتاور کوچکی نیز بر آن اعمال می‌شود. برای حل مساله در ابتدا با استفاده از تئوری کلاسیک صفحات، معادلات حاکم بر ورق‌ها بدست می‌آید. از تئوری اغتشاش، معادله خیز صفحه و همچنین فرکانس بحرانی بدست می‌آید. با استفاده از الگوریتم شبکه‌های عصبی مدلی طراحی می‌شود که توسط آن می‌توان به ازای تغییر پارامتر های موثر در مساله که شامل ابعاد ورق شامل طول، عرض، ضرایب صحیح نیم موج می‌باشد، فرکانس بحرانی هر صفحه را بدست آورد. در این مقاله از روش Back propagation برای طراحی الگوریتم شبکه عصبی استفاده شده است و با استفاده از نرم افزار متلب، بر اساس پارامتر های تاثیرگذار در ورق‌ها، به مدلسازی و تخمین فرکانس ارتعاشی بحرانی برای حالت‌های مختلف، پرداخته شده است. با استفاده از الگوی طراحی شده توسط شبکه عصبی، نشان داده شده است که خطای فرکانس طبیعی تخمین زده شده کمتر از 0.005 می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** ارتعاشات آزاد، ورق FGM، شبکه‌های عصبی مصنوعی، تئوری اغتشاش، فرکانس بحرانی.

## 1. مقدمه

ورقها، سازه‌هایی هستند که به طور وسیع در صنایع مکانیک، هوافضا، الکترونیک، دریایی، هسته ای و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. شناسایی رفتار کمانشی، خمشی و ارتعاشی آنها بسیار حائز اهمیت است. بدین منظور مدل کردن ورق‌های مذکور به صورت فیزیکی می‌تواند راه گشای طراحی‌های بعدی باشد. ارتعاشات ورق‌ها و پوسته‌ها جزو عوامل نامطلوب و مخرب به شمار می‌روند. لذا با استفاده از محاسبات دقیق و طراحی‌های مطلوب می‌توان از خسارات جبران ناپذیر جلوگیری نمود. فلسفه اصلی شبکه عصبی مصنوعی، مدل کردن ویژگی‌های پردازشی مغز انسان برای تقریب‌زدن روش‌های معمول محاسباتی با روش پردازش زیستی است. به بیان دیگر، شبکه عصبی مصنوعی روشی است که دانش ارتباط بین چند مجموعه داده را از طریق آموزش فراگرفته و برای استفاده در موارد مشابه ذخیره می‌کند. یک شبکه عصبی مصنوعی، از سه لایه ورودی، خروجی و پردازش تشکیل می‌شود. هر لایه شامل گروهی از سلول‌های عصبی (نورون) است که عموماً با کلیه نورون‌های لایه‌های دیگر در ارتباط هستند مگر اینکه کاربر، ارتباط بین نورون‌ها را محدود کند، ولی نورون‌های هر لایه با سایر نورون‌های همان لایه، ارتباطی ندارند. شبکه‌های عصبی مصنوعی در بسیاری از موارد تحقیق و در تخصص‌های گوناگون به کار گرفته شده و به عنوان یک زمینه تحقیقاتی بسیار فعال حاصل همکاری دانشمندان در چند زمینه علمی از قبیل مهندسی رایانه، برق، سازه، بیولوژی و پزشکی اشاره کرد.

کاربرد شبکه‌های عصبی در مهندسی عمران و بخصوص سازه نیز روز به روز در حال توسعه است و بی شک در آینده شاهد فراگیر شدن و گسترش این علم در مهندسی سازه خواهیم بود. از موارد استفاده شبکه‌های عصبی در مهندسی عمران می‌توان به بهینه سازی، تحلیل، طراحی، پیش بینی خیز و وزن سازه‌ها، تحلیل و طراحی اتصالات، پیش بینی نتایج آزمایش‌های بتنی و خاکی، کاربرد در تئوری گرافها و بسیاری از موارد دیگر اشاره نمود.

در سال 1387 آیدین غفار نژاد مهربان و همکارش به عیب یابی هوشمند گیربکس خودرو با تحلیل ارتعاشات بوسیله آنالیز ویولت و شبکه‌های عصبی مصنوعی پرداختند. در این مقاله روشی جهت استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در عیب یابی گیربکس‌ها ارائه شده است. سیستم شبکه عصبی آموزش دیده، درصد خطای ۶۱٪ در تشخیص گیربکس‌های سالم و ۰۱٪ در تشخیص گیربکس‌های معیوب از خود نشان داده است. [1]

در سال 1391 حسن طاهرخانی و همکارانش به بررسی پیش بینی عمر خستگی مخلوط‌های آسفالتی با استفاده از شبکه‌های عصبی پرداخته‌اند. این تحقیق به دنبال بکارگیری تکنیک شبکه‌های عصبی (ANN) برای پیش بینی عمر خستگی مخلوط‌های آسفالتی است. فرآیند مدل سازی با استفاده از جعبه ابزار شبکه عصبی و همچنین با استفاده از برنامه نویسی در نرم افزار MATLAB صورت پذیرفته و نتایج با یکدیگر مقایسه شده اند. [2]

در سال 1391 عباس سیوندی پور و همکارانش به تعیین فرکانس طبیعی تیرهای فولادی با اتصال گیر دار برای کنترل ارتعاش کف با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی پرداختند. مقایسه فرکانس حاصل از روابط مورد نظر با داده های بدست آمده از شبکه عصبی با خطای بسیار کم همراه بوده که حاکی از دقت بالای روابط معرفی شده می‌باشد. [3]

در سال 1393 مصطفی رستاقی و همکارانش به بررسی تشخیص سایز و موقعیت نسبی ترک در لوله های حاوی سیال با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی پرداخته‌اند. در این تحقیق، سایز و موقعیت نسبی ترک، با استفاده از فرکانسهای طبیعی لوله محتوی مایع تحت فشار به کمک شبکه عصبی تشخیص داده می‌باشد. [4]

در سال 1393 مختار جلیلیان و همکارانش به تحلیل ارتعاش آزاد تیر کامپوزیتی چندلایه بر بستر ارتجاعی با روش معادله دیفرانسیل کوادریچر و شبکه عصبی مصنوعی پرداختند. آنها با استفاده از روش تفاضل محدود و المان محدود و به کمک گسترش تعداد نقاط شبکه ارتعاش آزاد این تیر ها را بررسی نمودند. [5]

در سال 2006 آیدوغدو و همکارانش کمانش و ارتعاش یک ورق ایزوتروپ با تکیه گاه ثابت غیر ایده آل را با استفاده از تئوری اغتشاش بررسی نمودند. [6]

در سال 2009 جواد محمدی و همکارانش کمانش و ارتعاش یک ورق F.G.M باتکیه گاه ثابت غیر ایده آل را با استفاده از تئوری اغتشاش بررسی نمودند که در این تحقیق برای حالت های مختلف بارگذاری برای استخراج معادلات حاکم بر ورق های تابعی استفاده شده است. [7]

در سال 2012 موتا راجا و همکارانش به پیش بینی فرکانس ارتعاشی صفحات کامپوزیتی توسط شبکه های عصبی پرداختند. در این تحقیق بحث اصلی بر روی کاربرد شبکه های عصبی مصنوعی می باشد تا فرکانس طبیعی را برای ورق های کامپوزیت با استفاده از شرایط مرزی گیردار بدست آورد. در این تحقیق به بررسی ورق های کامپوزیتی با زوایای لایه  $-45$ ،  $0$ ،  $45$  و  $90$  درجه پرداخته شده است. [8]

در سال 2014 آرمیت کمار و همکارانش به بررسی کنترل ارتعاشات یک صفحه پیزوالکتریک به وسیله شبکه های عصبی پرداخته اند. هدف این تحقیق این است تا ارتعاشات یک ورق را با استفاده از یک کنترل کننده شبکه عصبی انجام شود. در این تحقیق از مدل المان محدود برای استخراج معادلات حاکم در حالت 2 بعدی استفاده شده است و با استفاده از لایه های سنسور و تحریک کننده در جرم و سختی مورد بررسی قرار می گیرد. [9]

در سال 2014 مهدی کریمی و همکارانش به بررسی تخمین فرکانس ارتعاشی ورق های کامپوزیتی به وسیله شبکه های عصبی پرداخته اند. در این تحقیق معادلات غیر خطی حرکت توسط تئوری مرتبه اول برشی استخراج می شود و با استفاده از روش اغتشاش، معادلات غیر خطی حرکت حل شده، سپس توسط شبکه های عصبی به استنتاج فرکانس طبیعی پرداخته شده است. [10]

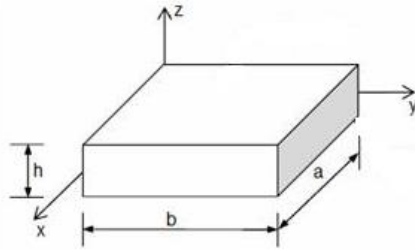
در سال 1396 رسول قنبری و همکارانش به تشخیص هوشمند عیب در رینگ داخلی و خارجی بیرینگ ها با استفاده از آنالیز ارتعاشات و شبکه های عصبی مصنوعی بهینه شده پرسپترون چند لایه پرداختند. در این مقاله از روش تحلیل و پردازش سیگنال های ارتعاشاتی در حوزه ی زمان و فرکانسی جهت استخراج ویژگی های ارتعاشاتی مورد استفاده قرار گرفته است. [11]

در سال 1399 علی حداد بایگی و همکارانش اقدام به طراحی کنترل کننده ترکیبی فازی-عصبی تطبیقی و PID برای کاهش ارتعاشات سازه در برابر زلزله نمودند. در این مقاله یک روش جدید مبتنی بر ترکیب سیستم استنتاج فازی-عصبی تطبیقی و کنترل کننده تناسبی-مشتقی-انتگرالی (PID) جهت کاهش ارتعاشات سازه ارائه شده است. [12]

در این مقاله به بررسی ارتعاشات آزاد ورق های مستطیل شکل از جنس FGM پرداخته شده است. بدین منظور، یک ورق چهار گوش FGM با شرایط مرزی تکیه گاه ثابت غیر ایده آل در نظر گرفته شده است. با استفاده از تئوری اغتشاش معادله خیز صفحه و همچنین فرکانس بحرانی محاسبه می گردد. با استفاده از الگوریتم شبکه های عصبی مدلی طراحی می شود که توسط آن می توان به ازای تغییر پارامترهای موثر در مساله که شامل ابعاد ورق شامل طول، عرض، ضرایب صحیح نیم موج می باشد، فرکانس بحرانی هر صفحه را بدست آورد. در این مقاله از روش پس انتشار خطا برای طراحی الگوریتم شبکه عصبی استفاده شده است و از نرم افزار متلب بر اساس گزینه مربوطه، به مدلسازی و تخمین فرکانس های بحرانی برای حالت های مختلف نمونه مد نظر، پرداخته شده است. با استفاده از الگوی طراحی شده توسط شبکه عصبی نشان می دهد که خطای فرکانس طبیعی تخمین زده شده کمتر از  $0.005$  می باشد.

## 2. استخراج اطلاعات لازم برای آموزش شبکه عصبی

برای آموزش شبکه عصبی به منظور تشخیص فرکانس بحرانی هر قطعه دلخواه، نیاز به یک سری اطلاعات اولیه می باشد که برای این منظور از یک ورق مستطیلی FGM شکل 1 که دارای طول، عرض و ارتفاع به ترتیب  $a$ ،  $b$  و  $h$  می باشد، در نظر گرفته شده است.



شکل 1- ورق مستطیل شکل FGM [7]

برای آموزش شبکه عصبی، می‌بایست معادلات حاکم بر ورق مستطیل شکل FGM و در نتیجه فرکانس ارتعاشی بحرانی استخراج گردد.

### 3. روابط حاکم بر ارتعاشات ورق FGM

با استفاده از تئوری کلاسیک صفحات، معادله خیز ورق بصورت زیر بدست می‌آید:

$$D\nabla^4 w + P_x w_{,xx} + P_y w_{,yy} + 2P_{xy} w_{,xy} + \rho_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

که در رابطه بالا:

$$\nabla^4 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$$

که

$$(E_1, E_2, E_3) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, z^2) E(z) dz$$

$$\rho_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(z) dz$$

در روابط بالا:

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m) \left( \frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^k$$

$$\rho(z) = \rho_m + (\rho_c - \rho_m) \left( \frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^k$$

که  $w$  خیز ورق،  $P_x$  بار صفحه ای محوری،  $P_y$  بار صفحه ای عمودی،  $E_m$ ،  $E_c$ ،  $\rho_m$ ،  $\rho_c$  به ترتیب مدول الاستیسیته فلز، مدول الاستیسیته سرامیک، دانسیته فلز، دانسیته سرامیک،  $D$  ضریب سختی ورق FGM،  $x$  و  $y$  محورهای مختصات کارتزین و  $k$  ثابت قانون توانی یا ضریب اندیس توان می‌باشد که مقادیری بزرگتر یا مساوی صفر را اختیار می‌کند، می‌باشند.

ابتدا معادله (1) را بی بعد می‌نماییم:

$$\frac{\partial^4 \hat{w}}{\partial \hat{x}^4} + 2\eta^2 \frac{\partial^4 \hat{w}}{\partial \hat{x}^2 \partial \hat{y}^2} + \eta^4 \frac{\partial^4 \hat{w}}{\partial \hat{y}^4} = -\frac{P_x a^2}{D} \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}^2} - \frac{P_y a^2 \eta^2}{D} \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{y}^2} \quad (2)$$

که در رابطه بالا برای بی بعد کردن از روابط زیر استفاده شده است:

$$\hat{w} = \frac{w}{W_r}, \hat{x} = \frac{x}{a}, \hat{y} = \frac{y}{b}, \hat{t} = \frac{t}{\sqrt{\frac{\rho_1}{D}} a^2}, \eta = \frac{a}{b}$$

که در آن  $W_r$  جابجایی مرجع می‌باشد.

با توجه به اینکه شرایط تکیه گاهی بصورت ساده غیر ایده آل می‌باشد در لبه  $\bar{x} = 1$  جابجایی کوچک غیر صفر و گشتاور کوچک غیر صفر در نظر می‌گیریم که شرایط مرزی برای این مساله بصورت زیر می‌باشد:

$$\hat{w}(\hat{x}, 0, \hat{t}) = \hat{w}(\hat{x}, 1, \hat{t}) = \hat{w}(0, \hat{y}, \hat{t}) = 0, \hat{w}(1, \hat{y}, \hat{t}) = \varepsilon H(\hat{y}, \hat{t}) \quad (3)$$

$$M_y(\hat{x}, 0, \hat{t}) = M_y(\hat{x}, 1, \hat{t}) = M_x(0, \hat{y}, \hat{t}) = 0, M_x(1, \hat{y}, \hat{t}) = \varepsilon K(\hat{y}, \hat{t})$$

که  $0 < \varepsilon \leq 1$  و  $H(\hat{y}, \hat{t})$  و  $K(\hat{y}, \hat{t})$  توابع پیوسته می‌باشند.

با توجه به شرایط مرزی روابط (3) جواب مساله به فرم زیر می‌باشد:

$$\hat{w} = T(\hat{t})X(\hat{x})\sin(q\pi\hat{y}) \quad (4)$$

که

$$T(\hat{t}) = A \cos\left(\sqrt{\frac{\rho_1}{D}} a^2 \omega \hat{t}\right) + B \sin\left(\sqrt{\frac{\rho_1}{D}} a^2 \omega \hat{t}\right) \quad (5)$$

ارتعاش ورق FGM با در نظر گرفتن  $P_x = 0$  و  $P_y = 0$  بدست می‌آید. بنابراین رابطه (1) بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$X^{(4)} - [2(\eta q \pi)^2]X'' + \left[(\eta q \pi)^4 - \left(\frac{\rho_1}{D} a^4 \omega^2\right)\right]X = 0 \quad (6)$$

که در آن  $q$  عدد صحیح مثبت،  $A, B$  عدد ثابت و  $\omega$  فرکانس زاویه ای ارتعاش می‌باشد.

شرایط مرزی مساله در روابط (3) باید جواب معادله مورد نظر در رابطه (4) را ارضاء نمایند. بنابراین با قرار دادن روابط (3-4) در رابطه (4-4) به شرایط مرزی جدید زیر می‌رسیم:

$$X(0) = 0, X''(0) = 0 \quad (7)$$

$$T(\hat{t})X(1) \sin(q\pi\hat{y}) = \varepsilon H(\hat{y}, \hat{t}) \quad (8)$$

چون تابع  $X(\hat{x})$  فقط به پارامتر  $\hat{x}$  وابسته است تابع پیوسته تحت شرایط مرزی می‌تواند بصورت زیر انتخاب شود:

$$H(\hat{y}, \hat{t}) = MT(\hat{t})X(1) \sin(q\pi\hat{y}) \quad (9)$$

$$K(\hat{y}, \hat{t}) = NT(\hat{t})X(1) \sin(q\pi\hat{y}) \quad (10)$$

که  $N, M$  اعداد ثابت می‌باشند با استفاده از روابط (7)، (8)، (9) و (10) شرایط مرزی بصورت زیر کاهش می‌یابند:

$$X(0) = 0, X''(0) = 0, X(1) = \varepsilon M, X''(1) - \nu(q\pi)^2 X(1) = \varepsilon N \quad (11)$$

برای حل مساله از تئوری اغتشاش استفاده می‌نماییم که بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$X = X_0 + \varepsilon X_1 + O(\varepsilon^2) \quad (13)$$

$$\omega_{cr} = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + O(\varepsilon^2) \quad (14)$$

با قراردادن روابط (12) و (13) در رابطه (4) و صرفنظر کردن از ضرایب  $e^2$  روابط زیر حاصل می‌شود:

$$X_0^{(4)} - [2(\eta q\pi)^2]X_0'' + (\eta q\pi)^4 X_0 = \frac{\rho_1}{D} a^4 \omega_0^2 X_0 \quad (15)$$

$$X_1^{(4)} - [2(\eta q\pi)^2]X_1'' + (\eta q\pi)^4 X_1 = \frac{\rho_1}{D} a^4 \omega_0^2 X_1 + 2 \frac{\rho_1}{D} a^4 \omega_0 \omega_1 X_0 \quad (16)$$

با قرار دادن شرایط مرزی مساله رابطه (11) در رابطه (12) داریم:

$$X_0(0) = 0, X_0''(0) = 0, X_0(1) = 0, X_0''(1) = 0 \quad (17)$$

$$X_1(0) = 0, X_1''(0) = 0, X_1(1) = M, X_1''(1) = N + \nu(q\pi)^2 M \quad (18)$$

حل معادله (14) بصورت زیر می‌باشد:

$$\lambda^4 - \left[ 2(\eta q\pi)^2 \lambda^2 + (\eta q\pi)^4 - \frac{\rho_1}{D} a^4 \omega_0^2 \right] = 0 \quad (19)$$

$$\lambda_1^2 = (\eta q\pi)^2 + \sqrt{\frac{\rho_1}{D} a^2 \omega_0} \Rightarrow \lambda_1 = \pm \sqrt{(\eta q\pi)^2 + \sqrt{\frac{\rho_1}{D} a^2 \omega_0}} \quad (20)$$

$$\lambda_2^2 = (\eta q\pi)^2 - \sqrt{\frac{\rho_1}{D} a^2 \omega_0} \Rightarrow \lambda_2 = \pm \sqrt{-(\eta q\pi)^2 + \sqrt{\frac{\rho_1}{D} a^2 \omega_0} i} \quad (21)$$

بنابراین جواب رابطه (14) بصورت زیر می‌باشد:

$$\hat{X}_0(\hat{x}) = A_0 \text{Cosh}(\lambda_1 \hat{x}) + B_0 \text{Sinh}(\lambda_1 \hat{x}) + C_0 \text{Cos}(\lambda_2 \hat{x}) + D_0 \text{Sin}(\lambda_2 \hat{x}) \quad (22)$$

که در آن  $A_0, B_0, C_0, D_0$  ضرایب ثابت معادلات دیفرانسیلی می‌باشند.

با استفاده از شرایط مرزی روابط (16) و (17) نتایج زیر بدست می‌آید:

$$A_0 = C_0 = D_0 = 0 \quad (23)$$

$$\lambda_1 = \pm\sqrt{2(\eta q)^2 + r^2}\pi, \lambda_2 = \pm r\pi i \quad (24)$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{\frac{D}{\rho_1}}}{a^2} \pi^2 (\eta^2 q^2 + r^2) \quad (25)$$

$$X_0(\hat{x}) = D_0 \sin(r\pi\hat{x}) \quad (26)$$

که در آن  $r$  عدد صحیح مثبت می‌باشد.

همچنین با استفاده از روابط بالا در رابطه (15)، این رابطه بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} X_1^{(4)} - [2(\eta q\pi)^2]X_1'' + [(\eta q\pi)^4 - \pi^4(\eta^2 q^2 + r^2)^2]X_1 \\ = 2\sqrt{\frac{\rho_1}{D}} a^2 \pi^2 (\eta^2 q^2 + r^2) \omega_1 X_0 \end{aligned} \quad (27)$$

در نتیجه حل رابطه (26) بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} X_1(\hat{x}) = A_1 \cosh(\lambda_1 \hat{x}) + B_1 \sinh(\lambda_1 \hat{x}) + C_1 \cos(\lambda_2 \hat{x}) + D_1 \sin(\lambda_2 \hat{x}) \\ + J \hat{x} \cos(r\pi \hat{x}) \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن  $A_1, B_1, C_1, D_1, J$  ضرایب ثابت معادلات دیفرانسیلی می‌باشند.

با استفاده از شرایط مرزی روابط (4-16) و (4-17) نتایج زیر بدست می‌آید:

$$A_1 = C_1 = 0 \quad (29)$$

$$B_1 = \frac{e^{\pi\sqrt{2\eta^2 q^2 + r^2}[\pi^2(r^2 + \nu q^2)M + N]}}{\pi^2(\eta^2 q^2 + r^2)(e^{2\pi\sqrt{2\eta^2 q^2 + r^2}} - 1)} \quad (30)$$

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{\frac{D}{\rho_1}} q \{ \pi^2 [(2\eta^2 - \nu)q^2 + r^2]M - N \} \cos(r\pi)}{\pi D_0 (\eta^2 q^2 + r^2)} \quad (31)$$

$$J = \frac{\{ \pi^2 [(2\eta^2 - \nu)q^2 + r^2]M - N \} \cos(r\pi)}{2\pi^2 (\eta^2 q^2 + r^2)} \quad (32)$$

$$X_1(\hat{x}) = \frac{e^{\pi\sqrt{2\eta^2q^2+r^2}[\pi^2(r^2+vq^2)M+N]}}{\pi^2(\eta^2q^2+r^2)(e^{2\pi\sqrt{2\eta^2q^2+r^2}}-1)} \text{ Sinh}(\sqrt{2\eta^2q^2+r^2}\pi\hat{x}) \quad (33)$$

$$+ D_1 \text{ Sin}(r\pi\hat{x}) - \frac{\{\pi^2[(2\eta^2-v)q^2+r^2]M-N\} \text{ Cos}(r\pi)}{2\pi^2(\eta^2q^2+r^2)} \hat{x} \text{ Cos}(r\pi\hat{x})$$

بنابراین با قرار دادن روابط (25) و (32) در رابطه (12) و روابط (24) و (30) در رابطه (13) نتایج مساله بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$X(\hat{x}) = D_0 \text{ Sin}(r\pi\hat{x}) + \varepsilon \left\{ \frac{e^{\pi\sqrt{2\eta^2q^2+r^2}[\pi^2(r^2+vq^2)M+N]}}{\pi^2(\eta^2q^2+r^2)(e^{2\pi\sqrt{2\eta^2q^2+r^2}}-1)} \text{ Sinh}(\sqrt{2\eta^2q^2+r^2}\pi\hat{x}) + D_1 \text{ Sin}(r\pi\hat{x}) - \frac{\{\pi^2[(2\eta^2-v)q^2+r^2]M-N\} \text{ Cos}(r\pi)}{2\pi^2(\eta^2q^2+r^2)} \hat{x} \text{ Cos}(r\pi\hat{x}) \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (34)$$

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{D}}{a^2} \sqrt{\rho_1} \pi^2 (\eta^2 q^2 + r^2) + \varepsilon \left\{ \frac{\sqrt{D}}{a^2} \frac{q \{\pi^2 [(2\eta^2 - v)q^2 + r^2] M - N\} \text{ Cos}(r\pi)}{\pi D_0 (\eta^2 q^2 + r^2)} \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (35)$$

#### 4. نتایج عددی

یک ورق مستطیل از جنس FGM که از فولاد ضد زنگ SUS304 و سرامیک  $\text{Al}_2\text{O}_3$  با خصوصیات فیزیکی در جدول 1 در نظر گرفته شده است:

جدول 1- مشخصات فیزیکی ماده FGM

مشخصات فیزیکی			جنس
ضریب پواسون	چگالی ( $\frac{kg}{m^3}$ )	مدول الاستیسیته (GPa)	
0.3	8166	207	فولاد ضد زنگ SUS304
0.3	3800	380	سرامیک $\text{Al}_2\text{O}_3$



همچنین در محاسبات  $D_0 = D_1 = M = N = k = 1, \varepsilon = 0.05, h = 0.4$  در نظر گرفته شده است.

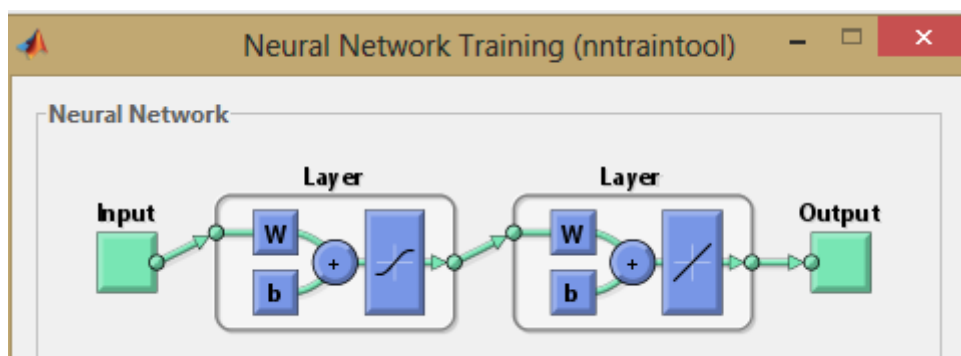
برای آموزش شبکه عصبی از 50 نمونه استفاده می‌نماییم که در جدول 2 آورده شده است. برای بدست آوردن فرکانس بحرانی پارامترهای تاثیر گذار  $q, r, \eta$  می‌باشند.

جدول 2- فرکانس بحرانی برای 50 نمونه ورق با جنس FGM

q	r	$\eta$	Critical Frequency
1	0	0.1	118.5039850
2	0	0.1	354.4726274
0	1	0.1	7905.469184
1	1	0.1	7984.125394
3	0	0.1	747.7536981
2	1	0.1	8220.094043
3	1	0.1	8613.375109
4	0	0.1	1298.347197
4	1	0.1	9163.968607
0	2	0.1	31502.33342
1	0	0.4	1298.347197
2	0	0.4	5073.845475
0	1	0.4	7905.469184
1	1	0.4	9163.968607
3	0	0.4	11366.34261
2	1	0.4	12939.46689
3	1	0.4	19231.96402
4	0	0.4	20175.83859
4	1	0.4	28041.46000
0	2	0.4	31502.33342
1	0	1	7905.469184
0	1	1	7905.469184
1	1	1	15771.09060
0	2	1	31502.33342
2	1	1	39367.95484
1	2	1	39367.95484
2	2	1	62964.81907
0	3	1	70830.44049
3	1	1	78696.06190
1	3	1	78696.06190
0	1	2.5	7905.469184

0	2	2.5	31502.33342
1	0	2.5	49199.98160
1	1	2.5	57065.60302
0	3	2.5	70830.44049
1	2	2.5	80662.46725
1	3	2.5	70830.44049
0	4	2.5	125889.7903
1	4	2.5	175049.9242
0	5	2.5	196680.3831
1	0	4	125889.7903
2	0	4	503439.6182
0	1	4	7905.469184
1	1	4	133755.4117
3	0	4	113268.9331
2	1	4	511305.2396
3	1	4	114055.4953
4	0	4	2013638.929
4	1	4	2021504.551
0	2	4	31502.33342

برای آموزش شبکه عصبی از روش پس انتشار خطا<sup>۱</sup> استفاده شده است. روش آموزش نیز رگولاسیون بییین<sup>۲</sup> است. سه متغیر ورودی شامل  $q, r, \eta$  می‌باشند و متغیر هدف، Critical Frequency می‌باشد. شبکه از یک لایه ورودی، یک لایه پنهان و یک لایه خروجی تشکیل شده که تعداد نرون‌های لایه میانی، 5 نرون است که در شکل 2 نشان داده شده است. تابع ورودی tansig و تابع خروجی purelin انتخاب شده است. تعداد تکرار 500 بار، ضریب آموزش 0.5 و آموزش با رسیدن به خطای صفر انجام خواهد شد.

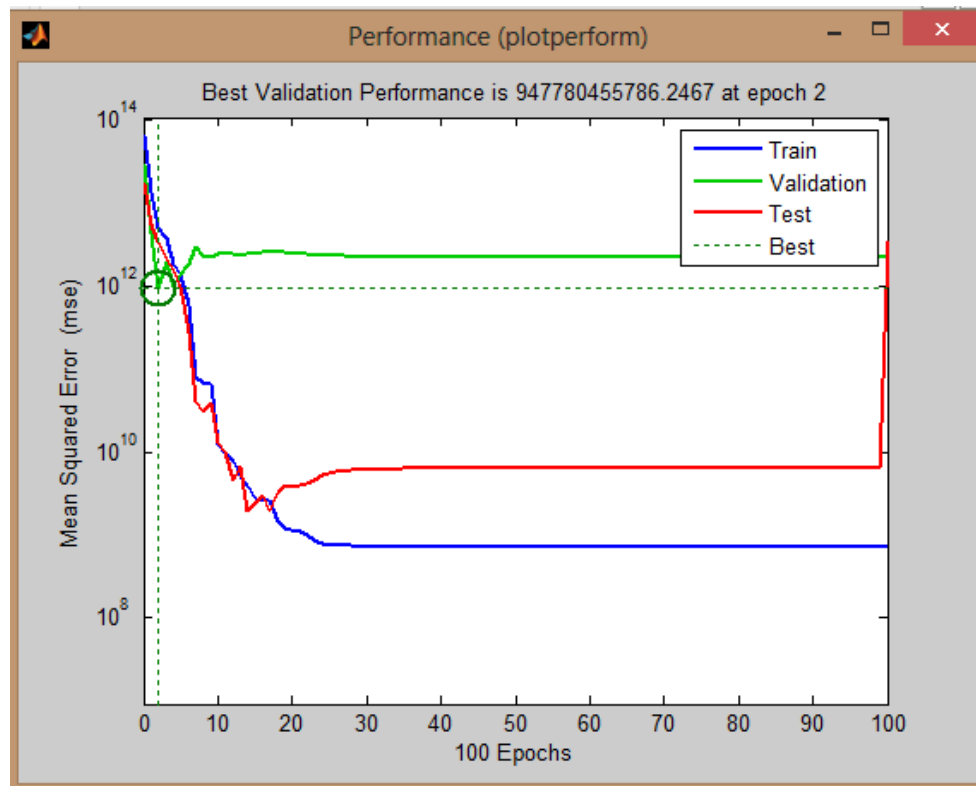


شکل ۲- لایه‌های شبکه عصبی

<sup>1</sup> Back Propagation

<sup>2</sup> Baysian Regulation

با استفاده از شبکه عصبی طراحی شده و تست شبکه می توان خطای آن را بررسی نمود. بدین منظور با اجرای شبکه عصبی طراحی شده صفحه ای مطابق شکل 3 ایجاد می گردد.



شکل 3- میزان خطای شبکه عصبی طراحی شده

در شکل 3 خطای شبکه طراحی شده را نسبت به دیتا های آموزش داده شده و تست شده، نشان میدهد. با مطالع این شکل، نشان می دهد که خطای شبکه طراحی شده کمتر از 0.005 بوده و می توان نتیجه گرفت که شبکه عصبی طراحی شده نسبت به مقدار هدف، قابل قبول و مناسب می باشد. قابل ذکر است هر چه تعداد دیتا های ورودی به شبکه بیشتر باشد، خطای سیستم کمتر بوده و تقریب بهتری خواهد داشت.

### 5- نتیجه گیری

بر اساس شبکه عصبی طراحی شده، در خصوص فرکانس بحرانی ارتعاش ورق مستطیلی از جنس FGM، و بررسی مقادیر بدست آمده، می توان به نتایج زیر پی برد:

- 1- بر اساس الگوی طراحی شده، به ازای پارامترهای موثر در حل مساله می توان تخمین مناسبی برای فرکانس بحرانی ورق انجام داد.

2- بر اساس نتایج بدست آمده و ترسیم نمودار اختلاف مقادیر واقعی و مقادیر تخمینی از شبکه عصبی طراحی شده، خطای پایینی در حدود 0.005 بدست می‌آید که می‌تواند تقریب مناسبی برای مدل طراحی شده باشد و قابل قبول بودن مدل طراحی شده را نشان می‌دهد.

به همین صورت می‌توان مسئله را برای شرایط مختلف تکیه گاهی و همچنین جنس‌های مختلف مانند ارتوتروپیک و ... مدل نموده و شبیه سازی کرد که می‌تواند کمک زیادی در طراحی مسائل مختلف مکانیکی نماید.

### تشکر و قدردانی

این مقاله برگرفته از طرح پژوهشی کنترل ارتعاشات آزاد ورق هایی از جنس F.G.M با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، که در دانشکده مهارت و کارآفرینی اندیشه اجرا شده است، می باشد.

### مراجع

1. غفارنژاد مهربان، آیدین؛ همایونصادقی، مرتضی. (1387). عیب یابی هوشمند گیربکس خودرو با تحلیل ارتعاشات بوسیله آنالیز ویولت و شبکه‌های عصبی مصنوعی، شانزدهمین کنفرانس سالانه بین المللی مهندسی مکانیک، کرمان.
2. طاهرخانی، حسن؛ ابراهیمی مقدم، امیر. (1391). مهندسی حمل و نقل، سال چهارم، شماره اول، پاییز.
3. سیوندی پور، عباس؛ گرامی، محسن؛ دالوند، احمد. (1391). تعیین فرکانس طبیعی تیرهای فولادی با اتصال گیر دار برای کنترل ارتعاش کف با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، مهندسی عمران مدرس، دوره 2، ص 113-122.
4. رستاقی، مصطفی؛ نوری خاجوی طهرانی، مهرداد. (1393). مجله مهندسی مکانیک مدرس، دوره 7، ص 35-42.
5. جلیلیان، مختار؛ کرمی، مجتبی؛ عدالتی، محمود. (1393). تحلیل ارتعاش آزاد تیر کامپوزیتی چندلایه بر بستر ارتجاعی با روش معادله دیفرانسیل کوادریچر و شبکه عصبی مصنوعی. کنگره ملی مهندسی عمران، دوره 8.
6. Aydogdu, M., Ece, M.C. (2006). Buckling and vibration of non-ideal simply supported rectangular isotropic plates. *Mechanics Research Communications*. 33, pp 532-540.
7. Mohammadi, J., Gheisari, M. (2009). Effect of Non-ideal Boundary Conditions on Buckling of Rectangular Functionally Graded Plates. *Journal of Solid Mechanics*. 1(2), pp 91-97.
8. Ruja, M., Sida, B. (2012). Prediction of Natural Frequency of Laminated Composite Plate Using Artificial Neural Networks. *Journal of Scientific Research*. 2, pp 329-337.
9. Kumar, A., Chhabar, D. (2014). Design of Neural Network Controller for Active Vibration Control of cantilever plate with pizo-patch as sensor/actuator. *Journal of Modern Engineering Research*. 4(1), pp 55-64.
10. Karimi, M., Shooshtari, A., Razavi, S. (2014). Large amplitude vibration prediction of rectangular plates by an optimal artificial neural network. *Journal of Computational and Applied Research in Mechanical Engineering*. 1(2), pp 91-97.
11. قنبری، رسول؛ الله وردی زاده، اکبر؛ خواجه سعید، حسام؛ فاتحی قر، مجید. (1396). تشخیص هوشمند عیب در رینگ داخلی و خارجی بیرینگ ها با استفاده از آنالیز ارتعاشات و شبکه‌های عصبی مصنوعی بهینه شده پرسپترون چند لایه، دومین کنفرانس ملی تحقیقات بین رشته ای در مهندسی کامپیوتر، برق، مکانیک و مکاترونیک.
12. حداد بایگی، علی؛ فرجیم، سید مهدی؛ کارساز، جواد. (1399). طراحی کنترل کننده ترکیبی فازی-عصبی تطبیقی و PID برای کاهش ارتعاشات سازه در برابر زلزله، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دوره 8.

## Free Vibration of Functionally Graded Material Plates by the Artificial Neural Network

Javad Mohammadi<sup>\*1</sup>, Ramin Rezvani<sup>2</sup>

<sup>1\*</sup>Faculty of Skills and Entrepreneurship, Shahr-eQods branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Javad\_mec@yahoo.com.

<sup>2</sup>Faculty of Skills and Entrepreneurship, Shahr-eQods branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Ramin\_rz@yahoo.com.

**Abstract**— Present research work aims to analyze free vibration of rectangular Functionally Graded Material Plates with Non-ideal simply supported boundary conditions which one of its edges has small non-zero deflection and moment. Using the classical theory of plates, the governing equations of the plates are obtained, using perturbation theory, the equation of the plane and the critical frequency are calculated. By Training neural networks intend to determine the critical frequency functionally graded plates by various input parameters length, width and Integer half-wave coefficients. In this article, the back propagation method is used to design the neural network algorithm and Using Matlab software, modeling and estimation of the critical vibration frequency for different modes have been done based on the parameters affecting the plates. Using the model designed by the neural network, it has been shown that the estimated natural frequency error is less than 0.005.

**Keywords:** Free Vibration, Functionally Graded Material Plate, Artificial Neural Network, Perturbation Theory, Critical Frequency.